



TITLE:

# 2-Factorization in Finite Groups (SEMINAR ON PERMUTATION GROUPS AND RELATED TOPICS)

AUTHOR(S):

林, 誠

---

CITATION:

林, 誠. 2-Factorization in Finite Groups (SEMINAR ON PERMUTATION GROUPS AND RELATED TOPICS). 数理解析研究所講究録 1978, 325: 39-41

ISSUE DATE:

1978-05

URL:

<http://hdl.handle.net/2433/104088>

RIGHT:

## 2- Factorization in Finite Groups

愛教大 林 誠

$p$  を素数、 $G$  を有限群、 $S$  を  $G$  の  $p$  でない  $p$ -部分群とする。  
 $G$  の部分群の族  $\mathcal{G}(S)$  を次の様に定義する：

$\mathcal{G}(S) \ni H \iff$  (1)  $S$  は  $H$  の  $p$ -Sylow 群 (2)  $C_{p',E}(H) \leq C_p(H)$   
 (3)  $H$  は  $\text{Qd}(p)$  を involve しない。

問題 1.  $S$  を媒介として、 $\mathcal{G}(S)$  の元同士にはどんな関係があるか？ 特に、 $\mathcal{G}(S)$  に包含関係で最大元が存在するか？

問題 2.  $G$  と  $\mathcal{G}(S)$  の関係は如何に？

これらの問題は Thompson, Glauberman 等に依り提唱され、主に彼等に依って、幾つかの目覚ましい結果が得られた。しかし、 $p=2$  に対する結果は未だに不十分であり、ここでは、その場合に關する結果を紹介する。

尚、最近新たに、条件(3)を除いて、 $H$  なる  $G$  の構造を考察する問題 "Failure of Factorizations", "Pushing up Theorems" が Glauberman, Ho, Aschbacher, Bauman, Niles 等に依り研究されている。

定義:  $\pi$  を素数の集合,  $X$  を有限群とするとき,  $\mathcal{C}(X; \pi)$  は  $X$  に involve されるすべての  $\pi$ -部分群  $D$  で, 次の性質を有するものを表わす. (α)  $D \triangleright E$ : 単純群, (β)  $C_D(E) \subseteq E$   
 (γ)  $D/E$  は  $\pi$  に属する或る素数  $p$  (2, 5) に対し, 位数  $2p$  の 2 面体群を involve する。

定理:  $\pi$  を素数の集合,  $S$  を  $G$  の  $\pi$  でない 2-部分群とする。

仮定:  $\pi \neq \forall T \subseteq S$  such that  $T \triangleleft N_G(S)$

に対し,

(1)  $S$  は  $N_G(T)$  の或る 2-Sylow 群の中で正規,

(2)  $(N_G(T)/C_G(T) : \pi) = \phi$

このとき,  $S$  の  $\pi$  でない部分群  $W(S)$  で次の条件を満たすものが存在する,

(a)  $W(S) \triangleleft N_G(S)$

(b)  $W(S)O(H) \triangleleft H$

ここで,  $H$  は次の条件を満たす  $G$  の任意の可解部分群

(α)  $S$  は  $H$  の 2-Sylow 群

(β)  $H$  は  $\Omega_d(2) (= S^4)$ -free

(γ)  $H$  は  $\pi$ -group

(注.1). 定理の条件(1)は  $S$  が  $G$  の或る 2-Sylow 群の中で正規なことは満たされる。

(注.2)  $W(S)$  は  $H$  に依らない。

$H$  が非可解の場合も、 $N_G(T)$  ( $\exists \neq \forall T \subseteq S$  such that  $T \trianglelefteq N_G(S)$ ) の単純組成因子を制限することに依り、同様の定理が成り立つ。

これより、次の定理を得る。

定理 (Glauberman):  $G$  を  $S^*$ -free な有限群とする。

このとき、 $G$  の 2-Sylow 群は Strongly closed な可換群 (\*) を含む。

系 (Glauberman Goldschmidt).  $G$  を  $S^*$ -free な有限単純群とすると、 $G$  は Goldschmidt 群。